# משפט המימדים

יהיו ת"מ אזי:

# תרגיל 8.3(עמ' 46)

יהיו V מ"ו ממימד 5, יהיו תתי מרחבים ממימדים 3,4 בהתאמה. מהן האפשרויות עבור ?

## פתרון

ממשפט המימדים:

מצד שני תתי מרחבים.  
לכן   
לכן או

נשים לב

## משפט

אם ת"מ, אזי

כלומר: באופציה ב' נקבל =>   
 ולכן בסיטואציה זו

שורה תחתונה:

# תרגיל 8.5

יהי V מ"ו ממימד n ויהיו תתי מרחבים כך ש. הוכיחו:

## פתרון

ע"פ משפט המימדים:  
*נקבל  
אם => וסיימנו.*

*נניח בשלילה   
מכיוון ש והמימדים שלהם שווים נקבל , כמו כן תמיד ולכן בסתירה להנחה.*

# תרגיל – ממבחן 2009

יהיו שני ת"מ במרחב נוצר סופית V

1. הוכיחו שאם אזי
2. נניח שמתקיים . הוכיחו שאז או

## פתרון

א)   
נניח בשלילה ש =>   
נקבל מ(\*): בסתירה לכך ש

ב) מתקיים   
מצד שני   
אם נשווה נקבל ואז  
נרצה להוכיח ש או   
מתקיים וגם   
מ"ל(מספיק להוכיח) או   
נניח בשלילה ש וגם   
זה גורר וגם   
זה גורר: בסתירה ל(\*)  
לכן ואז או ואז

ווקטור קואודינטות ומטריצת מעבר

# הגדרה

יהי V מ"ו, וקטור כלשהו. יהי בסיס(סדור) לV. אזי אם נכתוב ונקרא ל וקטור קואורדינטות של v בבסיס B.

# דוגמה

יהי , נבחר שני בסיסים:  
יהי אזי:

# הגדרה

יהי V מ"ו ויהיו B,C שני בסיסים. נסמן:   
אז המטריצה נקראת "מטריצת מעבר בין בסיס C לבסיס B" והיא מקיימת וזאת המטריצה היחידה שמקיימת זאת לכל

# דוגמה

יהי . נבחר שני בסיסים: .

שימו לב שמתקיים וזה מתקיים באופן כללי.

# תרגיל 10.5 (עמ' 48)

יהי V מ"ו ונניח שיש לו בסיס סטנדרטי S. יהי בסיס אחר של V

1. הוכיחו שהמטריצה מקיימת לכל (בהרצאה)
2. יהיו , , . מצא מטריצה המקיימת
3. עבור המקרה של הסעיף הקודם מצאו מטריצה המקיימת
4. יהי בסיס נוסף ל. מצאו מטריצות המקיימות

## פתרון(ב)

## פתרון(ג)

P המבוקשת בתרגיל היא . מתקיים . נמצא את ההופכית של המטריצה בסעיף הקודם, ע"פ

לכן

## פתרון(ד)

ראיתם בהרצאה שמתקיים . לכן

שיטת גיל

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

# תרגיל 7.17

יהי V מ"ו ותהי קבוצה. הוכיחו שהתנאים הבאים שקולים:

1. B בסיס עבור V
2. ולכל קבוצה מתקיים

## פתרון

ניקח ואז . נניח בשלילה שB ת"ל אזי קיימים (\*) שונים כך ש  
ניקח . מתקיים לכן => => בסתירה ל(\*)